

結合適応度地形とネットワークダイナミクス

中里 研一[†]

有田隆也[‡]

[†] 名古屋大学大学院人間情報学研究科

[‡] 名古屋大学大学院情報科学研究科

[†] nakazato@create.human.nagoya-u.ac.jp

[‡] arita@nagoya-u.jp

概要

結合適応度地形によって結合された要素集団の挙動を、結合の枠組み (ネットワーク) の進化とそこに創発する振る舞い、及びそれらの相互作用、という観点から考察する。特に、本稿では結合適応度地形として最も単純な表現の一つである Bak-Sneppen モデルに基づいた結合系に、ごく緩い形でリンク数の拘束条件を加えたモデルを具体的な考察対象とし、その挙動について報告する。その振る舞いは、系の持つ相互作用の密度に関わる拘束条件に依存するが、ネットワークポロジーとして3つの典型的なケース (スターネットワーク、スケールフリーネットワーク、ランダムネットワーク) を持ち、それらは各要素間に生ずる進化、変異の雪崩れの機構に由来することが示される。

1 はじめに

自然界、あるいは人間社会には相互作用のネットワークと呼べるものが数多く存在する。例えば、化学反応のネットワーク、食物網、経済システムのネットワーク、WWW、などである。中でも、生物が関係するネットワークに共通した特徴は、各要素がそれぞれある種の最適化を行っていると思えることができるものが多い、という点である。結合適応度地形とは、このような最適化を行う各要素による結合系のダイナミクスの様子を記述する枠組みであり、生物の進化の歴史をモデル化したものである。本稿では、この結合適応度地形の考え方に基づいて、相互作用のネットワークの進化とネットワーク上でのダイナミクスとの関係について考察する。

生物の進化は自然淘汰を通じたある種の最適化のプロセスであると思えることができるが、この最適化のプロセスを視覚化したものが適応度地形と呼ばれるものである。そこでは生物の進化は凹凸のある地形上を高みに向かって進んでいく過程にたとえられる。すな

わち、適応度の高低を地形上の高さ、地形上の位置を生物の表現型、そして、地形上の移動を進化として表現する。このような地形上を生物は移動 (進化) することになる一方で、その登るべき地形が変動するということはないのだろうか。この地形変動の効果を適応度地形に含めたものが結合適応度地形と呼ばれるものである [8]。ここでいう地形変動とは次のようなものである。すなわち、生物種間に相互作用が存在する場合を考えると、それぞれの種にとって最適あり方とは、相互作用する他の種のあり方に依存する。したがって、他の種が進化すればその種にとっての最適化問題にも影響が及ぶことになり、結果、地形変動が起こると思えることができる。つまり、結合適応度地形とは、複数の相互作用しあうような最適化プロセスを視覚的に表現するものであり、そこでは各々の最適化のプロセスを地形上の移動として、また、その際の相互作用による影響を地形変動として表すことになる。

この結合適応度地形の枠組み上でのダイナミクスを簡単に考察してみる。まず、ある要素 (種) が最適化を進行させる、あるいは、ある要素に変化が生じる。す

ると、その要素と結合された要素、すなわち相互作用する要素の地形はそれにつられて変動を受ける。そして各々の要素は変動後の地形上を進化し、その周囲に影響を及ぼす。このように、結合適応度地形上でのダイナミクスにはある種の雪崩的なメカニズムが存在する。この結合適応度地形のもたらす雪崩的な側面のみ焦点を当てたモデルが Bak-Sneppen モデルである [2][13]。

Bak-Sneppen モデルについて簡単に述べる。Bak-Sneppen モデルは生物の断続平衡進化 [7] を説明するモデルとして提案されたものであるが、ここでは雪崩れ、すなわち連鎖的な進化が断続平衡に到達し、その状態に於いて雪崩れのサイズにベキ則が現れる。すなわち、自己組織化によって臨界状態へと到達する(自己組織化臨界 [3])。この Bak-Sneppen モデルは一次元上に配置された相互作用のネットワークを生態系として想定したものであるが、その振る舞いはネットワークのトポロジーには依らないことがいくつかの例で示されており [11][9]、また、動的なネットワーク上でもその性質(自己組織化臨界)が維持され得ることが報告されている [5][16]。

本稿ではこの Bak-Sneppen モデルに基づいた動的なネットワークモデルを扱うが、特に雪崩れによるネットワークダイナミクスへの影響を調べることを目的とする。そこで動的なネットワークと Bak-Sneppen モデルの関係を扱う他の例に比べ、より単純化されたモデルを導入する。すなわち、各要素の変化、進化に合わせてランダムで微小な変異を要素間の結合強度に与えることでネットワークを進化させる、という単純なものとするが、その際、全系に対して緩やかな形でリンク数の拘束をかける。つまり全系の結合強度の総和を一定に拘束することでリンク数がほぼ一定になるように圧力をかける。したがって、ネットワークを構成する各要素(頂点)内に起こる変化、進化の内容と、ネットワークの進化(リンクの張り替え)との間には直接的な関係はない、あるいは、その関係がランダムであると見なすことができる、ということ仮定する。

以下、まずモデルについて具体的に説明し、次いで、その挙動について述べる。そして機構、その意味するところについて考察をする。

2 モデル

2.1 Bak-Sneppen モデル

まず、Bak-Sneppen モデル [2] について説明する。

Bak-Sneppen モデルは N 個(固定)の要素 V^i とそれらを配置する一次元トーラスから構成されており、トーラス上で隣接する要素間には相互作用がある。各々の要素は内部状態 b_n^i を持ち、これは $(0, 1)$ の一様乱数として与えられる。この内部状態 $\{b_n^i\}$ は各ステップごとに以下のような手順による更新を繰り返す。

1. $\{b_n^i\}$ のうち最小のもの b_n^k を選択する。
2. 選択された b_n^k 及び、その要素と相互作用のある要素、すなわち V^{k+1} 、 V^{k-1} の持つ内部状態 b_n^{k+1} 、 b_n^{k-1} を一様乱数によって更新(リセット)し、その他の内部状態はそのままとし、 $\{b_{n+1}^i\}$ とする。

ここで、各々の要素が持つ内部状態とは、それぞれの要素に起こる次の変化(進化)までに要する時間(すなわち適応度地形の形状に関する情報)を表している、と考えることができる [13]。結合適応度地形上では、ある要素の表現型に変化が起こると、相互作用の及ぶ範囲の要素の地形に変化が生じることになり、その結果それらの要素に表現型上の変化はなくとも、次の変化(進化)までに要する時間、すなわち適応度地形の形状には影響が及ぶ。上記の手続きはこのようなプロセスをモデル化していると考えられる。より具体的に書けば、最初の手続きで、そのステップにおいて表現型が進化する唯一の要素を選択し、次の手続きでは、その要素の表現型の進化による(自他への)影響(適応度地形の形状の変化)を表現している。

このモデルはステップ数が進むにつれて、殆んどどの内部状態がある一定の値 λ 以上の値を示すような状態へと自己組織化する。この状態において、どれか一つ以上の要素の内部状態が λ を下回っている状態の持続時間(ステップ数)にベキ法則が現れる。すなわち、変化、進化の雪崩れの持続時間にベキ法則があり、この断続平衡状態は自己組織化臨界と呼ばれている。

2.2 ネットワーク進化を伴うモデル

今回のモデルについて説明する。モデルは N 個(固定)の要素(頂点)とそれらをつなぐ相互作用を表すリ

ンクから構成される。各要素 V^i は Bak-Sneppen モデルに倣い、内部状態 b_n^i を持ち、それらは Bak-Sneppen モデル同様の手続きによって各ステップごとに更新されるものとする。この更新の手続きを再び具体的に示す。

1. 内部状態 b_n^i のうち最小のものを持つ要素 V^k を選択する。
2. 要素 V^k 及び、その近傍 $\{N^k\}$ に含まれる要素の内部状態を全て一様乱数によって更新、その他の内部状態はそのままの値、として $\{b_{n+1}^i\}$ を生成する。

(ここで、要素 V^k の近傍 $\{N^k\}$ とは要素 V^k とリンク一つによって結合された要素の集合とした。)

また、このモデルではこれに加え、ネットワークの進化に関する手続きが存在する。

まずネットワークの表現について説明する。ネットワークは各々の要素間の結合強度 $\{a_n^{ij}\}$ によって表現されており、それぞれ $(0, 1)$ の範囲の値を取るものとする。この結合強度に条件

$$a_{ij} + a_{ji} > \Theta \quad (1)$$

が成立する場合には要素 V^i - V^j 間に結合 (相互作用) が存在し、そうでない場合には結合は存在しないものとする。(同一要素間の結合、同じ組み合わせの要素間の多重結合はともに許可しない。)

また、全系に対してごく緩い形でリンク数をほぼ一定にするような拘束条件を課す。すなわち

$$\sum_{i,j} a_{ij} = \text{const.} \quad (2)$$

とする。(特に今回は一定値として 1 を用いた。)

次にネットワークの進化について述べる。ネットワークの進化は結合強度 $\{a_n^{ij}\}$ の増減によって実現する。この増減は各ステップにおいて内部状態 $\{b_n^i\}$ の値が最小となる要素 V^k に関して起こるものとし、その際、ランダムで微小な変異を加える。より具体的に書くと、(k を除く) 全ての要素 $i(1 \cdots N)$ に対して、

$$a_{n+1}^{ki} = a_n^{ki} + \delta \quad (3)$$

とする。ただし δ は微小とし、 $(-\mu, \mu)$ の範囲の一様乱数によって生成する。この手続きは、各ステップにおいて表現型の進化のある要素は他要素との結合関係

の変化をも伴うと見なすことに相当している。また、この手続きは前述のように、表現型の進化の内容と、結合強度の変化の仕方 (大小) とには直接的な相関関係はなく、ランダムなものであると見なせる、と仮定することを意味するものとなっている。そして、この手続きを踏んだ上で結合強度に関する拘束条件 (2) を維持するために各ステップごとにこれを正規化する。

このようにして、表現型の進化の蓄積を通じてネットワークの進化、リンクの張り替えが生じるが、その際、リンクの張り替え、すなわち結合関係に変化のあった要素に関しては、すべて内部状態 b_n^i の更新を伴うものとする。つまり、他の要素との相互作用の有無が変化した場合にもやはり適応度地形には変動が生じるものと考えることとする。

以上がモデルの全容であるが、ここでこのモデルの概要をまとめると、

- 適応度地形の形状に基づいて表現型の進化が起こる要素 (種) が選択される。
- 表現型の進化が起こった要素は他の要素との結合強度も (ランダムに) 変異する。
- 表現型の進化が起こった要素と相互作用のある要素の適応度地形の形状も変化する。

となる。さらに、このモデルにはリンク数、結合強度に関する拘束条件があるため、パラメータ Θ によって全系の相互作用の密度は変化し、また、それに応じて系の振る舞いは変化することになる。

3 結果

実験結果を示す。以下では全て $N = 300$ 、 $\mu = 1.0 \times 10^{-5}$ とし、初期条件はその都度ランダムに生成したものをを用いた。

まず、ネットワークポロジーマの大きな特徴を具体例によって示す。ネットワークはパラメータ Θ の値によって、スターネットワーク (図1)、スケールフリーネットワーク (図2)、ランダムネットワーク (図3)、の3つの状態を示す。それぞれ、各パラメータごとの結果のうちのあるステップにおけるネットワークを図示したものであり、各ノードの色は次数を反映している (黒:0、青:1-4、緑:5-9、黄:10-24、橙:25-49、赤:50-)。図でも示しているように、ネットワークが複数の巨大な

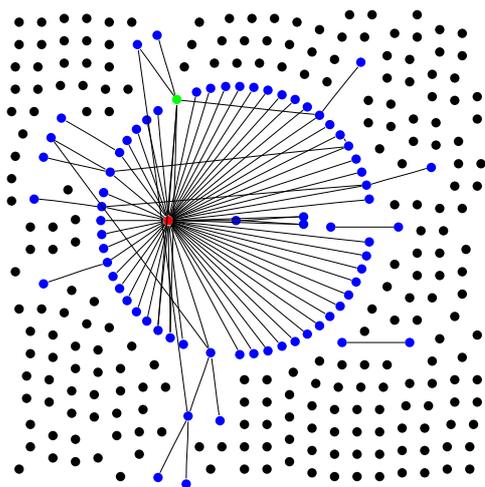


図 1: スターネットワーク ($\Theta = 1.2 \times 10^{-4}$)

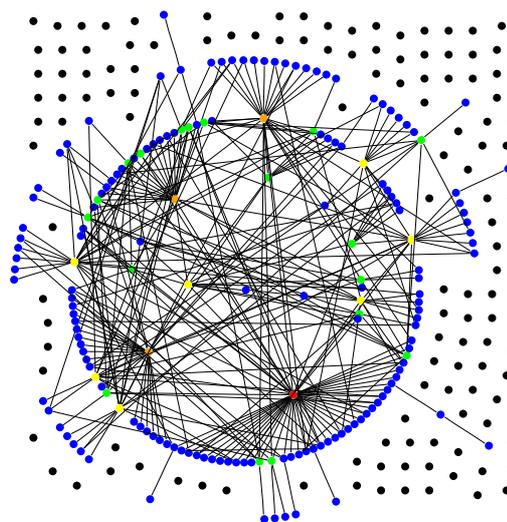


図 2: スケールフリーネットワーク ($\Theta = 8.0 \times 10^{-5}$)

クラスターに分離することは殆んどなく、常に最大のクラスターと、後はリンクをもたない孤立ノードとで構成されることが殆んどである。

これら代表的なネットワークを次数分布でみると図 4 のようになる。この図は、それぞれのパラメータで 5.0×10^4 ステップに渡る実験を行い、その間に現れたもの全てを統計して作成したものであるが、それぞれのステップごとの次数分布をとっても多少のゆらぎが観察される程度で殆んど形状に差異はない。図からわかるように、 Θ が小さい、すなわち相互作用の密度が高い状態においては次数分布はポアソン分布、相互作用の密度が中間の状態ではベキ分布、そして相互作用の密度が低い状態での次数分布は二つの領域すなわち、低次数領域と高次数領域とに分離を示し、少数、あるいは 1 つのノードに殆んど全てのリンクが偏っている。

このようにネットワークは Θ の値に依存して姿を変えるが、ここで示した 3 つの典型的なネットワーク間のパラメータ領域ではその形を連続的に変えていく。この間の最大ネットワークのサイズ (S) とそこに含まれるリンク数 (L) の割合 (L/S^2) の推移を図 6 に、それらネットワークのクラスタリング係数、特徴経路長 [17] の推移を図 5 に示す。いずれも、 5.0×10^4 ステップの計算を行い、そのうちから (十分と思われるステップ数として 1.0×10^4 ステップを経過した後) ランダムに取り出した 50 個のネットワークの値を平均したものである。 Θ の増加に伴い、ネットワークのサイズ

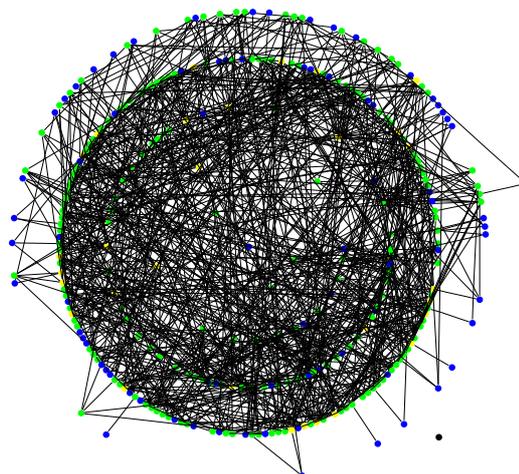


図 3: ランダムネットワーク ($\Theta = 4.0 \times 10^{-5}$)

は単調に減少する一方で、クラスタリング係数、特徴経路長、リンク数の割合、のいずれもが中間付近、すなわちスケールフリーネットワークが出現するあたり ($\Theta = 7.0 \times 10^{-5} \sim 8.0 \times 10^{-5}$) で極値を取っていることを示している。

次にネットワーク上で起こるダイナミクスについて示す。このモデルではネットワーク上を進化の連鎖 (雪崩) が伝わることになるが、そのサイズ、すなわち持続時間 (ステップ数) を図 7 に示す。各パラメータセットごとに 1.0×10^5 ステップの計算を行い、それぞれの場合ごとに、内部状態 $\{b_n^i\}$ のうちどれか一つ以上が閾値 λ 以下の値を示し続ける期間 (ステップ数) を雪

崩れのサイズとし、その分布をとったものである。それぞれのパラメータごとにほぼベキ分布を示し、その傾き (指数) は Θ の増加に伴って急なものへと変化していく。ただし、 $\Theta = 1.2 \times 10^{-4}$ の場合は大きな雪崩れへの偏りが顕著であり、ベキ分布は崩れているようにも見える。

一方、以上に示したようなネットワークポロジーの特徴と、ネットワーク上のダイナミクスとの関係、あるいは、ネットワークが形成される機構、過程はどのようなものなのであろうか。以下ではそれらについてのデータを示す。

最初に、リンクが新しく結合される、あるいは切り離されるノードの特徴を図 8、9 に示す。それぞれ、各ノードの度数に対するリンクの切り替えの頻度であるが、どの度数でリンクの切り替えが起こり易いか、その確率を 5.0×10^4 ステップの計算を元に割り出したものである。図からわかる通り、度数の増加に対してリンクの追加、消失いずれの頻度も、ほぼ単調な増加を見ることがわかるが、その増加の仕方はスケールフリーネットワークを形成するパラメータ領域において線形となっている。スターネットワークの領域では度数が小さい場合と大きい場合とに緩やかな分離があり、高次数領域にリンクの切り替えが偏る傾向を示しており、ランダムネットワークの領域では、高次数にいたるほど、切り替え頻度の増加はゆるやかになっていく。したがって、形成されるネットワークポロジーはリンクの切り替え頻度に依存しており、他の要因、例えばリンクの寿命などにはあまり関係がないと考えることができる。実際、リンクの寿命を調べると、あらゆるパラメータ領域でほぼ均一 (300 ステップ前後) であり、度数に対する依存性は殆んどない。

次に、度数の増減過程と各ノード上で起こる進化、すなわち $\{b_n^i\}$ のリセット頻度との関係を図 10 に示す。 $\Theta = 8.0 \times 10^{-5}$ において比較的大きな度数に至ったノードを選び、その度数と 100 ステップごとのリセット頻度の時系列をとったものである。図からわかるように、度数とリセット頻度との間にははっきりとした相関関係が存在する。つまり、度数の低いノードにはあまりリセットは起きておらず、高次数のノードにはリセットの集中が生じており、たえずリセットが起きている状態となる。また、どのようなパラメータでどのノードを選んで同じことが起きており、リンクの無いノード、すなわち度数ゼロのノードにリセットが

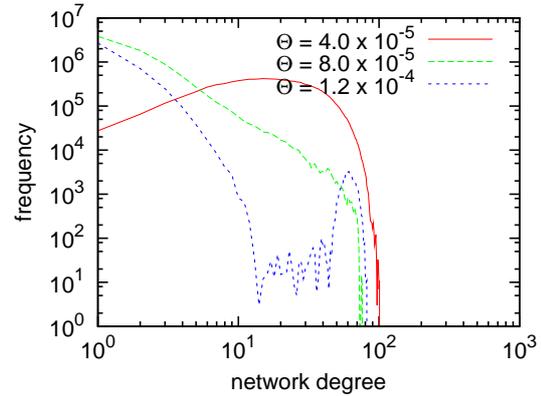


図 4: 度数分布

起こることはほぼ皆無である。

最後に、このモデルで得られるスケールフリーネットワークの特徴を調べるために、同等の度数分布を持つ中立モデルとの比較を図 11 に示す。この図は 3.0×10^5 ステップの計算を行い、十分なステップ数 (1.0×10^4) の経過の後、500 ステップおきに得られるネットワークと、それらを元にして得られる同じ度数分布を持つランダム化されたネットワーク (元になるネットワーク 1 つごとに 10 個ずつ生成) を用いて、作成したものである。具体的には、元になるネットワーク集合から得られる度数分布 $P(K_0, K_1)$ とランダム化によって得たネットワーク集合から得られる度数分布 $\overline{P_r}(K_0, K_1)$ との比 $\overline{P}/\overline{P_r}$ である。ただし、中立モデルとして用いたランダム化されたネットワーク集合とは元になるネットワークに対してランダムなリンク交換 [14][10] を 500 回繰り返すことで得られるネットワークからなる集合としている。この図によると、高次数のノードと低次数のノードを結合するリンクの割合が中立モデルに比べて高くなっていることがわかる。また、高次数同士の間も所々で目立つが、データ数が少ない領域のためはっきりしたことはわからない。

4 考察とまとめ

本稿では、結合適応度地形で表現されるような局所過程を持つ要素集団から構成される相互作用のネットワークを Bak-Sneppen モデルを用いてモデル化し、その振る舞いについて調べた。

ネットワークとしての振る舞いは系に与えられたパ

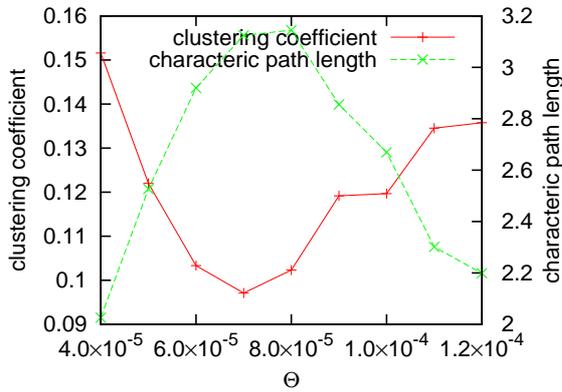


図 5: クラスタリング係数、特徴経路長

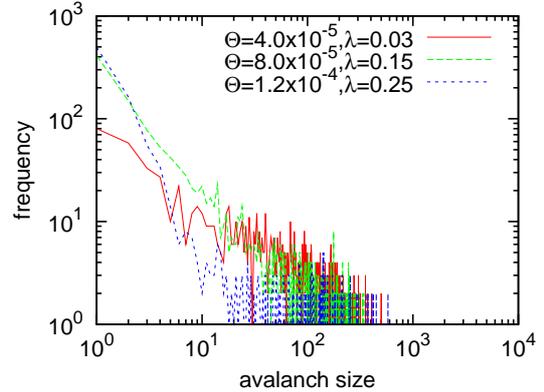


図 7: 進化の雪崩れのサイズの分布

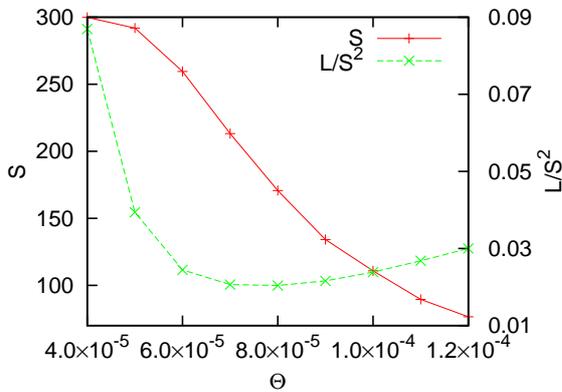


図 6: 最大ネットワークのサイズ、リンク数の割合

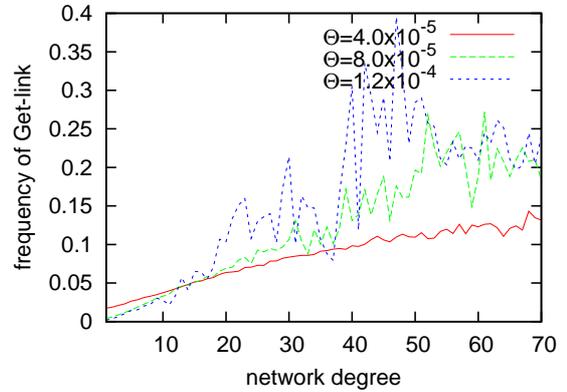


図 8: 各次数のノードごとのリンク追加頻度

ラメータ、すなわち、相互作用の密度によって変化し、相互作用の密度が疎な状態から密な状態へと移行するにつれて、スターネットワーク、スケールフリーネットワーク、ランダムネットワーク、とそれぞれ異なったトポロジーを示す (図 1,2,3,4)。その間のネットワークの各種パラメータの推移 (図 5,6) によると、スケールフリーネットワークはそれぞれの値が極値をとるところに位置しており、リンク数の密度、クラスタリング係数が低く、特徴経路長が大きな値を示す状態となっている。一方、相互作用の密度が低くなるとリンクは一極に集中し、ネットワークは極めて秩序だった状態を示すようになるが、逆に相互作用の密度が高くなるとネットワークは乱雑度を増加させランダムネットワークとなり、いずれにせよリンク数密度、クラスタリング係数、特徴経路長ともにスケールフリーネットワークの

状態とは逆の傾向を示す。つまり、乱雑化への傾向と秩序化への傾向とが釣り合った状態においてスケールフリーネットワークが出現している。このように、スターネットワークからのランダム化への途上でスケールフリーネットワークが出現することは他にも例 ([4],[12]) があるが、いわゆるスモールワールドネットワークが格子状のネットワークとランダムネットワークとの中間として位置づけられる [17] のに対し、スケールフリーネットワークの場合は、スターネットワークとランダムネットワークとの中間として理解できることを示唆している。

スケールフリーネットワークはいわゆる優先結合 [1] によって構成することができることが知られているが、今回のモデルにおける形成機構もネットワークサイズが固定である点を除けばほぼ同様であり (図 8、9)、サ

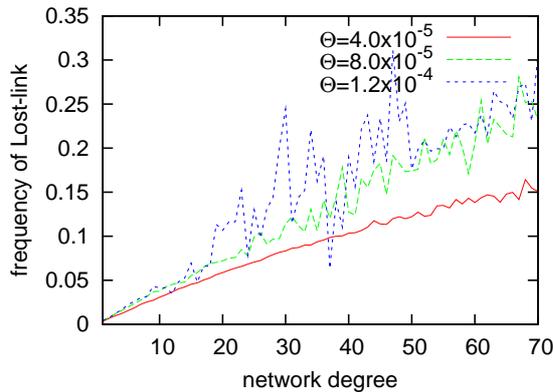


図 9: 各次数のノードごとのリンク消失頻度

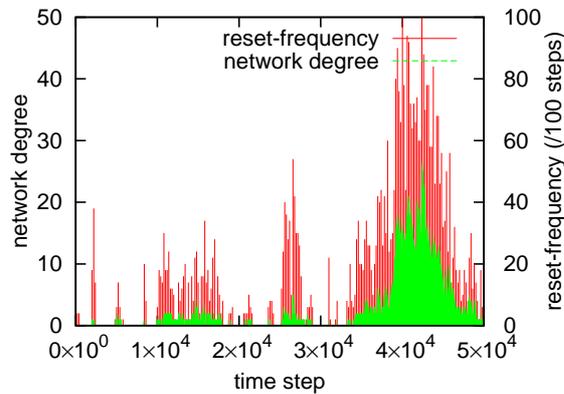


図 10: 次数、リセット頻度の時系列

サイズ固定の際の優先結合的アルゴリズム [6] と本質的には変わらない。つまり、サイズ固定の優先結合では、ランダムに選択されたノードにつながる全てのリンクをそのノードから切り離し、別のノードに向けて優先結合を行うが、これは線形な「優先切り替え」を意味し、その意味では今回のモデルのスケールフリーネットワーク領域で生じている現象と同じである。しかし、このモデルの特徴はこの（線形な）優先結合的な機構が出現するシナリオの一つを例示している点にある。すなわち、各ノードがそれぞれ進化を行う場合、その進化は近傍のノードに影響を与え、近傍のノードの進化を誘因するという雪崩れの機構によって優先結合が生じる可能性を示している。より詳細に言うと、ハブになっているようなノードは他のノードからの「刺激」の頻度が高くなり、進化の頻度が高くなる一方で、進化

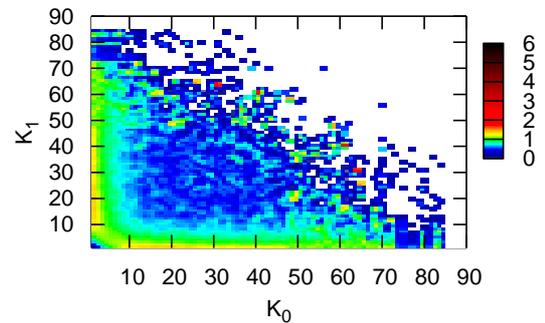


図 11: 次数分布 $P(K_0, K_1)$ の中立モデルとの比較

の頻度の高いノードは他のリンクとの結合強度が変化、強化される確率も高まるため、多くのリンクを集める傾向を持つ。このリンクの集まり方は系のもつ相互作用の密度、あるいは乱雑化への圧力と、雪崩れの流れるルート、すなわち局所的なトポロジーに関係している。つまり、あまりに相互作用の密度が高ければ一ヶ所に多くのリンクを特異的に集めるのは困難になり優先結合度は低下する。また、雪崩れが局所的に停留している状態であれば優先結合度は強くなるが、雪崩れが発散傾向をなすと優先結合度は低下する。このことは中立モデルとの比較（図 11）からも理解できると思われる。すなわち、ハブが低次数のノードとつながっている状態では雪崩れは停留しやすい傾向をもたらすため、そのようなハブは比較的安定しやすく、また出現しやすい。一方、ハブノードが中規模のノードとつながると雪崩れはあちらこちらへと移動しやすく、停留しにくいために、そのような状況は不安定で出現頻度は低くなる。したがって、雪崩れをいわば「閉じ込める」ようなトポロジーほど、次数を高く維持しやすいことを示唆しているが、高次数のハブ同士の結合による極端に安定な例も稀にはあるが存在する。このようなケースは、雪崩れが結合された二つのハブとその周辺のみを行き来している可能性もあると思われるが、これはネットワークの詳細な解析が必要であり、今後の課題である。

今回得られたシナリオを、現実のネットワークに置き換えて考察してみると、例えば、WWW の場合で言えば、更新頻度の高いサイトほど多くのリンクを集める傾向が発生し得ることを示しており、WWW に優

先結合が生じる理由はこのような機構に依っている可能性もある。また、商業ネットワークであれば、商売相手の多い商社と、その商社の企業戦略の変更頻度との相関、その結果による優先結合的な現象などもあるかもしれない。生物のネットワークであれば種の進化の速度、頻度と相互作用のネットワークのトポロジーとに何らかの関係が存在する可能性がある。一方、スケールフリーネットワークとして有名な論文引用のネットワーク [15] のような最適化を伴わないようなネットワーク、すなわち、個々のノードがダイナミクスを持たないような場合にはこのシナリオはあてはまらない。つまり、このようなケースでの優先結合は明らかに、もっと別の次元の要因に由来しているであろう。

今回の議論は定性的なものが主であり、各ノードに起こるリセットの頻度と優先結合の度合いとの関係などの定量的、理論的考察、あるいは、最後に触れた現実のネットワークによるデータを用いた比較考察などが今後の課題として挙げられる。

参考文献

- [1] R. Albert and A. -L. Barabási, Statistical Mechanics of Complex Networks, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 47 (2002).
- [2] P. Bak and K. Sneppen, Punctuated Equilibrium and Criticality in a Simple Model of Evolution, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 4083 (1993).
- [3] P. Bak, C. Tang, and K. Wiesenfeld, Self-organized criticality: An explanation of the $1/f$ noise, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 381 (1987).
- [4] R. F. i Cancho and R. V. Solé, Optimization in complex networks, *cond-mat/0111222* (2001).
- [5] K. Christensen, R. Donangelo, B. Koiller, and K. Sneppen, Evolution of Random Networks, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2380 (1998).
- [6] S. N. Dorogovtsef and J. F. F. Mendes, " *Evolution of Networks*" (Oxford University Press, Oxford, 2003).
- [7] S. J. Gould and N. Eldredge, Punctuated Equilibrium Comes of Age, *Nature* **366**, 223 (1996).
- [8] S. Kauffman, " *Origins of Order*" (Oxford University Press, Oxford, 1993).
- [9] R. V. Kulkarni, E. Almaas, and D. Stroud, Evolutionary dynamics in the Bak-Sneppen model on small-world networks, *cond-mat/9905066* (1999).
- [10] S. Maslov and K. Sneppen, Specificity and stability in topology of protein networks, *Science* **296**, 910 (2002).
- [11] Y. Moreno and A. Vazquez, The Bak-Sneppen Model on Scale-Free Networks, *Europhys. Lett.* **57** (5), 765 (2002).
- [12] K. Nakazato and T. Arita, Evolution of complex food web structure based on mass extinction, *Proc. of the 5th International Conference on Simulated Evolution and Learning*, SWP-1-103 (2004).
- [13] M. E. J. Newman and R. G. Palmer, " *Modeling Extinction*" (Oxford University Press, Oxford, 2003).
- [14] M. E. J. Newman, S. H. Strogatz, and D. J. Watts, Random graphs with arbitrary degree distributions and their applications, *Phys. Rev. E* **64**, 026118 (2001).
- [15] S. Redner, How Popular is Your Paper? An Empirical Study of the Citation Distribution, *Eur. Phys. J. B* **23**, 267 (1998).
- [16] F. Slanina and M. Kotrla, Extremal dynamics model on evolving networks, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5587 (1999).
- [17] D. Watts, " *Small Worlds*" (Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1999).